

$$\varepsilon_v$$

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

例3 能量为 15eV 的光子，被处于 **基态** 的氢原子吸收，使氢原子电离发射一个光电子，求此光电子的德布罗意波长（10年）

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m V^2 = \varepsilon_v + E_1 \\ &= 15 + (-13.6) = 1.4 \text{ eV} \end{aligned}$$

它的速度为

$$V = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.4 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}}}$$

其德布罗意波长为：

$$\lambda = \frac{h}{mV} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 7.0 \times 10^5} = 1.04 \times 10^{-9} \text{ m} = 10.4 \text{ \AA}$$

◆ 用电子衍射说明不确定关系

一级最小衍射角

$$\sin \varphi = \lambda / \Delta x$$

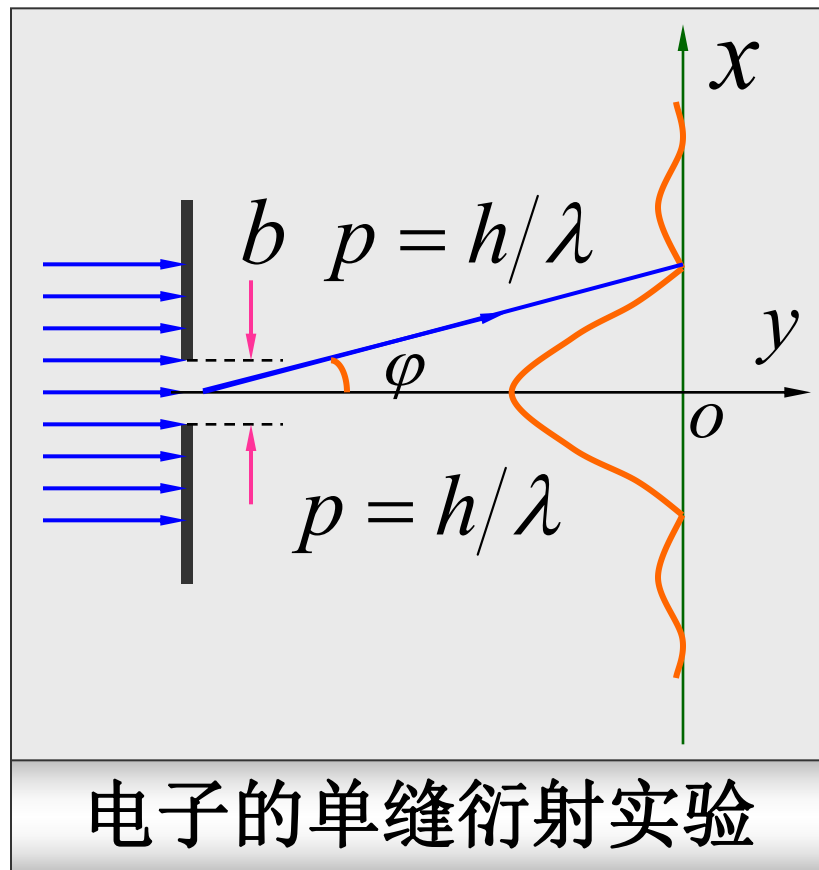
电子经过缝后 x 方向动量不确定

$$\Delta p_x = p \sin \varphi = p \frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\Delta x \Delta p_x = h \quad \text{考虑衍射次级有}$$

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{4\pi}$$



减小缝宽 Δx , x 确定的越准确

→ p_x 的不确定度, 即 Δp_x 越大

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{4\pi}$$

◆ 海森伯于 1927 年提出不确定原理

对于微观粒子**不能同时**用确定的位置和确定的动量来描述。

不确定关系

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar / 2$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar / 2$$

物理意义

1) 对于微观粒子**不能同时**用确定的位置和确定的动量来描述

2) 不确定的根源是“**波粒二象性**”这是自然界的根本属性。

例 原子的线度约为 10^{-10} m ，求原子中电子速度的不确定量。

解 原子中电子的位置不确定量 10^{-10} m ，由不确定关系

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

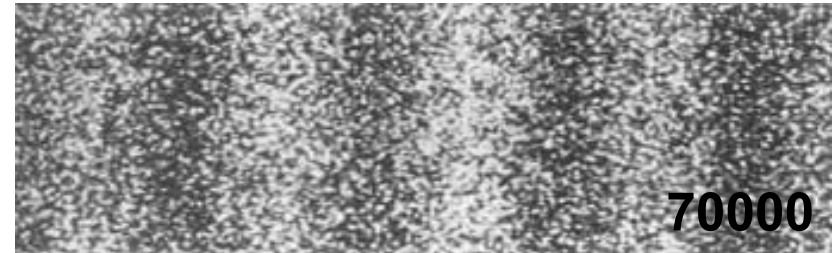
电子速度的不确定量为

$$\Delta V_x = \frac{\Delta p_x}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 10^{-10}} = 5.8 \times 10^5 \text{ m/s}$$

✧ 说明

氢原子中电子速率约为 10^6 m/s 。速率不确定量与速率本身的数量级基本相同，因此原子中电子的位置和速度不能同时完全确定，也没有确定的轨道。

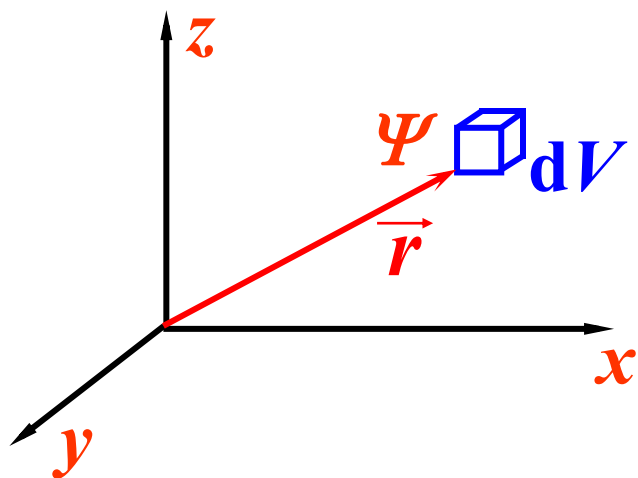
2、波函数的统计解释



概率振幅： ← 波函数 Ψ

概率密度 $|\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi(\vec{r}, t)^* \Psi(\vec{r}, t)$

代表 t 时刻，在坐标 $\vec{r}$ 附近单位体积中发现一个粒子的概率



t 时刻在 $\vec{r}$ 端点附近 dV
内发现粒子的概率为：

$$| \Psi(\vec{r}, t) |^2 dV$$

在空间 Ω 发现粒子的概率为： $\int_{\Omega} | \Psi(\vec{r}, t) |^2 dV$

$\Psi(\vec{r}, t)$ 不同于经典波的波函数， 它无直接的
物理意义，

3、波函数的性质

1) 有限性:

粒子的概率 ($\iiint_{\Delta V} |\Psi|^2 dV$) 必须为有限值。

2) 单值性:

概率密度在任意时刻、任意位置都是确定的。

3) 连续性:

概率密度连续。

4) 归一化:

$$\int_{\Omega} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1, (\Omega - \text{全空间})$$

例1 作一维运动的粒子被束缚在 $0 < x < a$ 的范围内，
已知波函数为： $\psi_n(x) = A \sin \frac{\pi x}{a}$

粒子在何处附近出现的概率最大（ C ）

(a) $x=a/4$ (b) $x=a/3$ (c) $x=a/2$ (d) $x=a$ (11年)

$$w(\vec{r}, t) = \frac{dW}{dV} = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \left(A \sin \frac{\pi x}{a} \right)^2$$

$$\frac{\pi x}{a} = \frac{k\pi}{2} \quad (k \text{ 为整数})$$

$$x = \frac{ka}{2} \quad (k \text{ 为整数})$$

例2.已知粒子在一维无限深方势阱中运动，其波

函数为： $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos\left(\frac{3\pi x}{2a}\right) \quad (-a \leq x \leq a)$

，那么粒子在 $x=5a/6$ 处出现的概率密度为 [A]

- (A) $1/(2a)$; (B) $1/a$;
(C) $1/\sqrt{2a}$; (D) $1/\sqrt{a}$ 。

$$w(\vec{r}, t) = \frac{dW}{dV} = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \cos \frac{3\pi x}{2a} \right)^2$$

$$w(\vec{r}, t) = \frac{dW}{dV} = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \cos \frac{3\pi}{2a} \frac{5a}{6} \right)^2 = \frac{1}{2a}$$